

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

31 января 2024 года

Вариант МА2300109

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

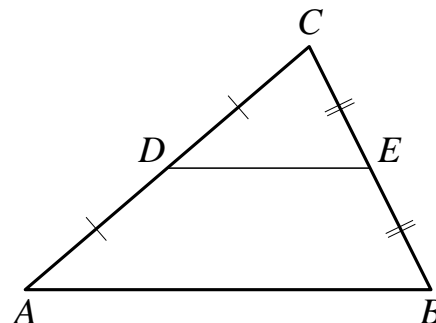
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Площадь треугольника  $ABC$  равна 72. Отрезок  $DE$  — средняя линия. Найдите площадь треугольника  $CDE$ .

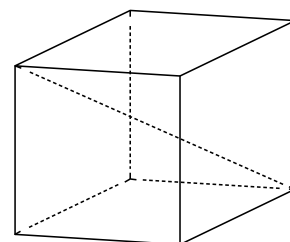


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Найдите длину вектора  $\vec{a}(-5; 12)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3** Площадь поверхности куба равна 128. Найдите его диагональ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На олимпиаде по математике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 140 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 35 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 15 % яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 30 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: \_\_\_\_\_.

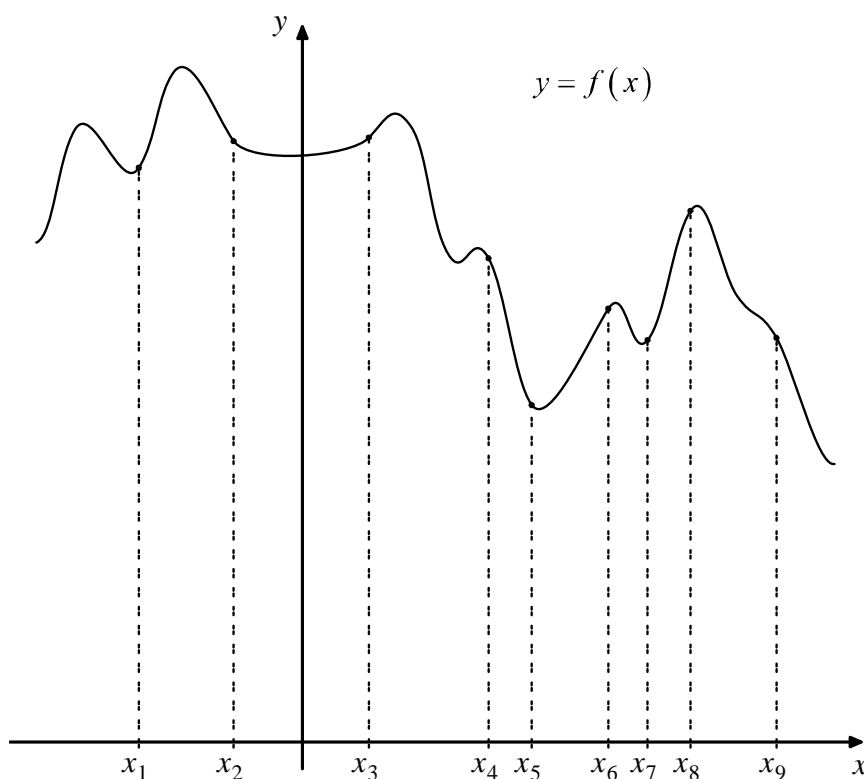
6 Решите уравнение  $\frac{4}{15}x^2 = 21\frac{3}{5}$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\frac{46\sin 62^\circ \cdot \cos 62^\circ}{\sin 124^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечено девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

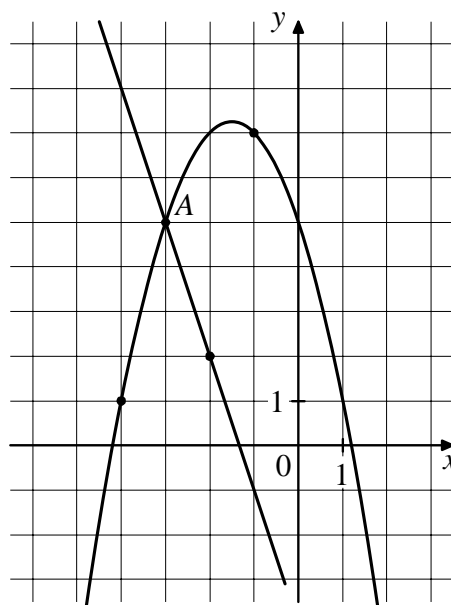
- 9** Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой  $m=11$  кг и радиусом  $R=4$  см и двух боковых с массами  $M=6$  кг и с радиусами  $R+h$ . При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в  $\text{кг}\cdot\text{см}^2$ , даётся формулой  $I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh+h^2)$ . При каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения  $472 \text{ кг}\cdot\text{см}^2$ ? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 154 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -3x - 4$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 + 10x + 32}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $(1 - \operatorname{tg}^2 x) \sqrt{5 \sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .

14 Основание пирамиды  $DABC$  — прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . Высота пирамиды проходит через точку  $B$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AD$  и  $BC$  соответственно.

а) Докажите, что  $MN$  является биссектрисой угла  $BMC$ .

б) Найдите угол между прямыми  $BD$  и  $MN$ , если  $BD = 4\sqrt{2}$ ,  $AC = 12$ .

15 Решите неравенство  $\frac{(x-3)(x-5)(x-6)}{(x+3)(x+5)(x+6)} > 1$ .

16 По бизнес-плану вкладчик предполагает вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов требуются дополнительные вложения: по 10 млн рублей в первый и второй годы, а также по 15 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 140 млн, а к концу проекта — больше 220 млн рублей.

17 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ  $AC$ . Также известно, что в  $ABCD$  можно вписать окружность.

а) Докажите, что отрезки  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны.

б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника  $ABCD$ , если  $AC = 34$  и  $BD = 30$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (4x^2 + 3a^2 + 40x - 12a + 112)((x-1)^2 + (a-4)^2 - 4) = 0, \\ (x+2)^2 + (a+2)^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

**19** а) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 500?

б) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 1250?

в) Найдите все такие натуральные числа  $n$ , что каждое из чисел  $n$ ,  $n+1$  и  $n+2$  трёхзначное, а десятичная запись их произведения  $n(n+1)(n+2)$  оканчивается на 4000.

# Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

10 класс

31 января 2024 года

Вариант МА2300110

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

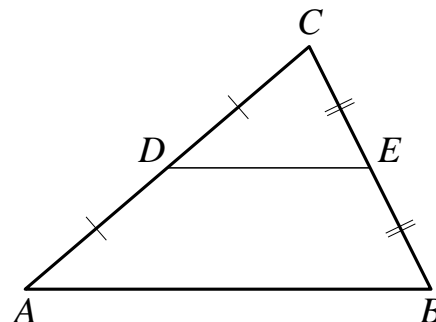
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

**Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1 Площадь треугольника  $ABC$  равна 24. Отрезок  $DE$  — средняя линия. Найдите площадь треугольника  $CDE$ .

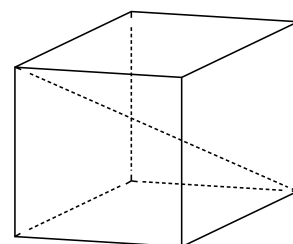


Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Найдите длину вектора  $\vec{a}(15; -8)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Площадь поверхности куба равна 162. Найдите его диагональ.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 На олимпиаде по математике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 160 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 30 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 90 % яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 75 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: \_\_\_\_\_.



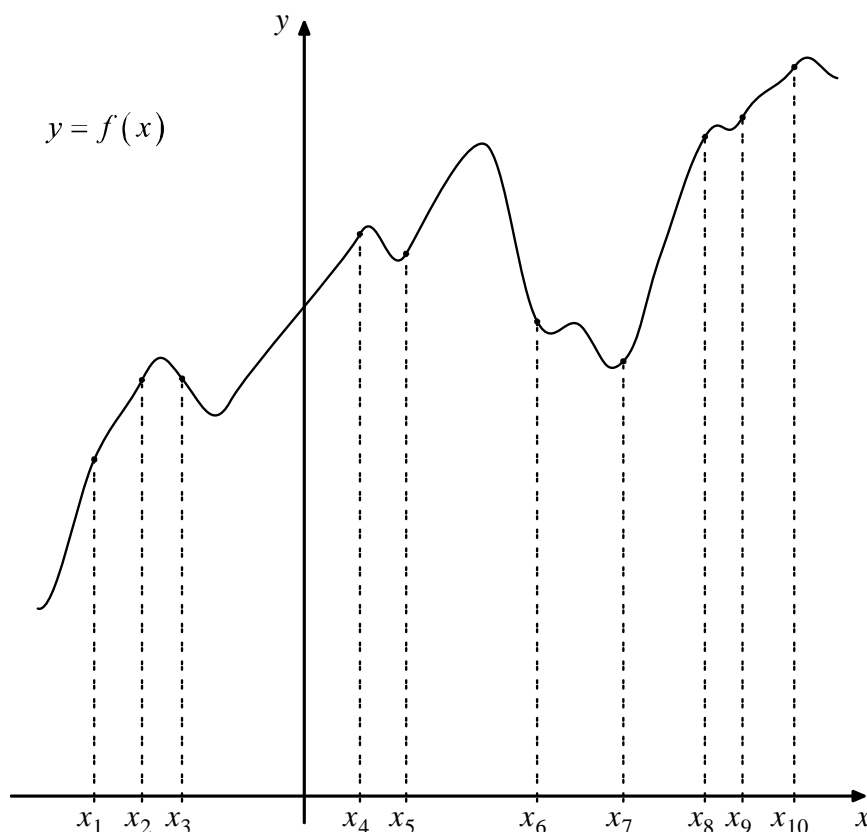
6 Решите уравнение  $\frac{1}{6}x^2 = 16\frac{2}{3}$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\frac{42 \sin 43^\circ \cdot \cos 43^\circ}{\sin 86^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечено десять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

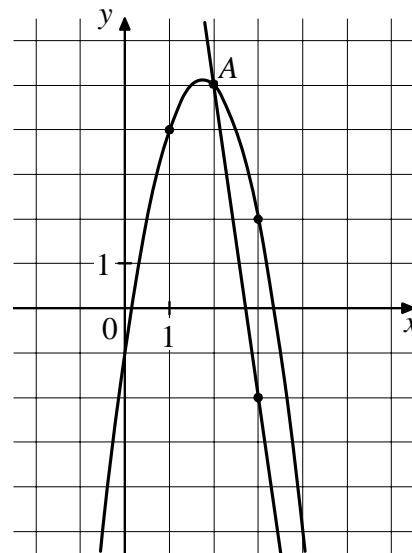
- 9 Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой  $m=8$  кг и радиусом  $R=8$  см и двух боковых с массами  $M=6$  кг и с радиусами  $R+h$ . При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в  $\text{кг}\cdot\text{см}^2$ , даётся формулой  $I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh+h^2)$ . При каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения  $982 \text{ кг}\cdot\text{см}^2$ ? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 128 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 8 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 8 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -7x + 19$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 + 14x + 59}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

13 а) Решите уравнение  $(3 - \operatorname{tg}^2 x) \sqrt{8 \sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

14 Основание пирамиды  $DABC$  — прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . Высота пирамиды проходит через точку  $B$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AD$  и  $BC$  соответственно.

а) Докажите, что  $MN$  является биссектрисой угла  $BMC$ .

б) Найдите угол между прямыми  $BD$  и  $MN$ , если  $BD = 12\sqrt{2}$ ,  $AC = 20$ .

15 Решите неравенство  $\frac{(x-2)(x-3)(x-8)}{(x+2)(x+3)(x+8)} > 1$ .

16 По бизнес-плану вкладчик предполагает вложить в четырёхлетний проект **целое** число млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 10 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов требуются дополнительные вложения: по 15 млн рублей в первый и второй годы, а также по 20 млн в третий и четвёртый годы. Найдите наименьший размер первоначальных вложений, при котором общая сумма средств вкладчика к началу третьего года станет больше 120 млн, а к концу проекта — больше 180 млн рублей.

17 Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность, причём диаметром окружности является его диагональ  $AC$ . Также известно, что в  $ABCD$  можно вписать окружность.

а) Докажите, что отрезки  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны.

б) Найдите радиус вписанной окружности четырёхугольника  $ABCD$ , если  $AC = 20$  и  $BD = 16$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (3x^2 + 4a^2 + 42x - 16a + 163)((x-1)^2 + (a-5)^2 - 9) = 0, \\ (x+3)^2 + (a+1)^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

**19** а) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 750?

б) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 6250?

в) Найдите все такие натуральные числа  $n$ , что каждое из чисел  $n$ ,  $n+1$  и  $n+2$  трёхзначное, а десятичная запись их произведения  $n(n+1)(n+2)$  оканчивается на 8000.